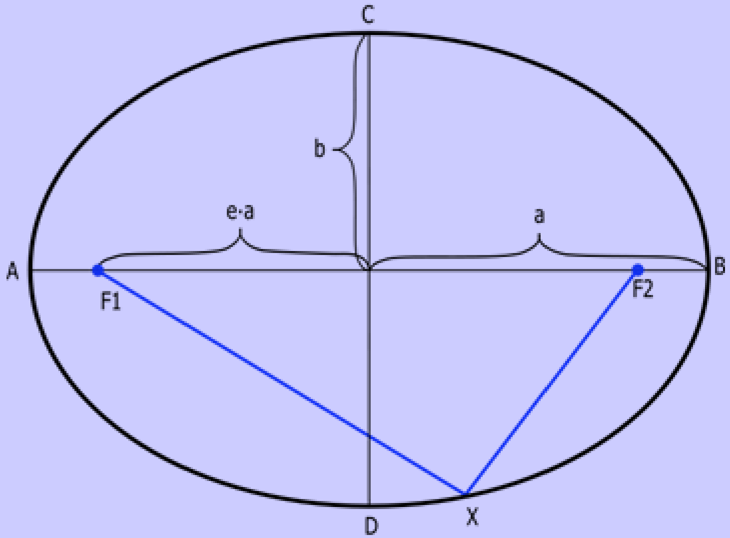
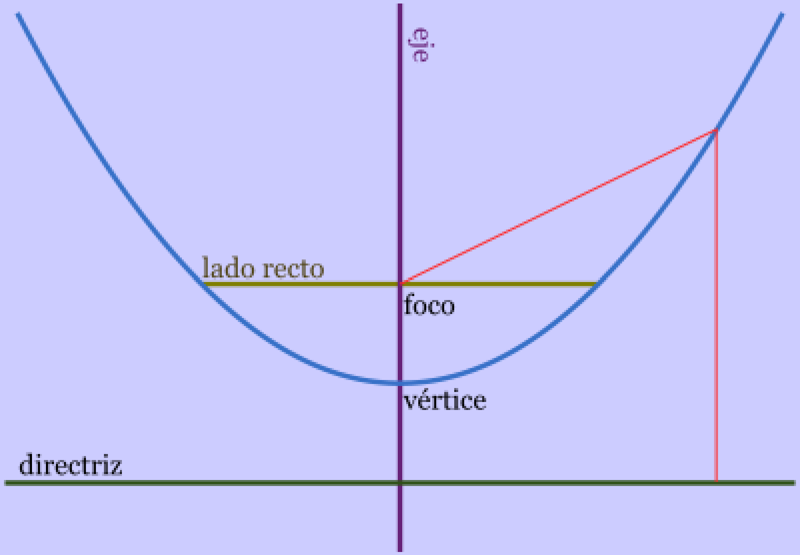
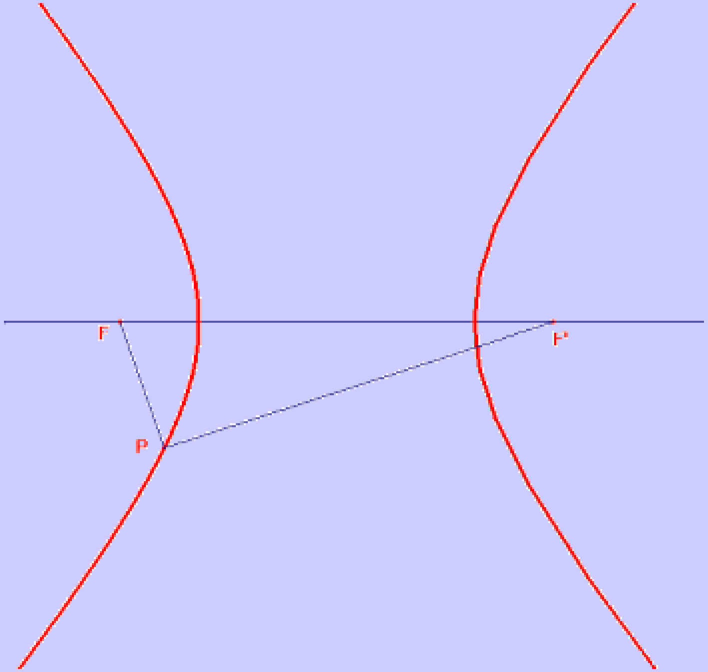
CURVAS, SUPERFICIES Y GRAFOS

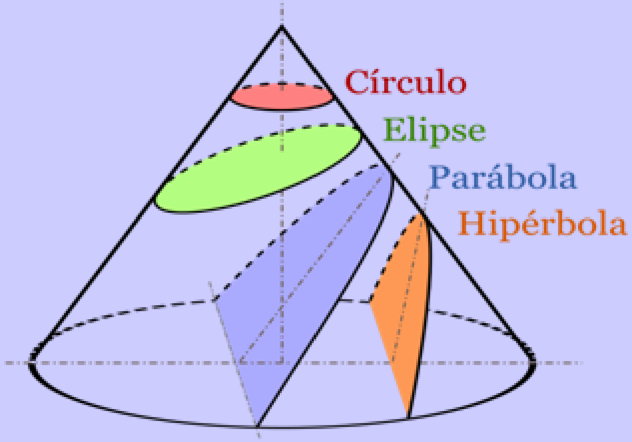
<u>Curvas con historia</u>

Las cónicas


C
b
e·a
a
A
F1
F2
B
D
X


eje
lado recto
foco
vértice
directriz


F
P


Círculo
Elipse
Parábola
Hipérbola

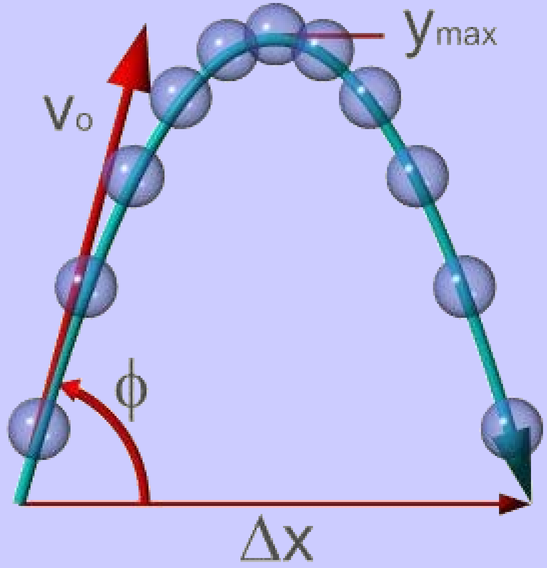
Menecmo, duplicacion del cubo en el altar de Zeus, Atenas, siglo IV a.C. (peste en Atenas, muerte Pericles).

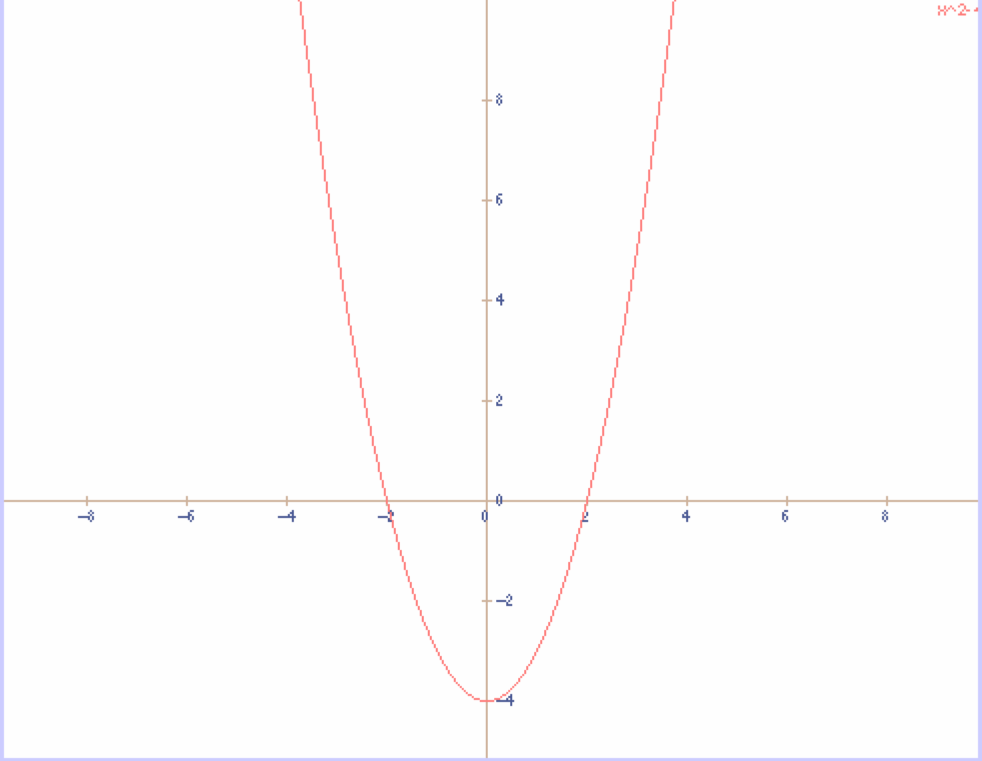
Hasta el Renacim., incluso Copernico (fin siglo XV) con el Sol centro en vez de Tierra siguen con circulos.

Johann Kepler(siglo XVI), basándose en Tycho Brahe:

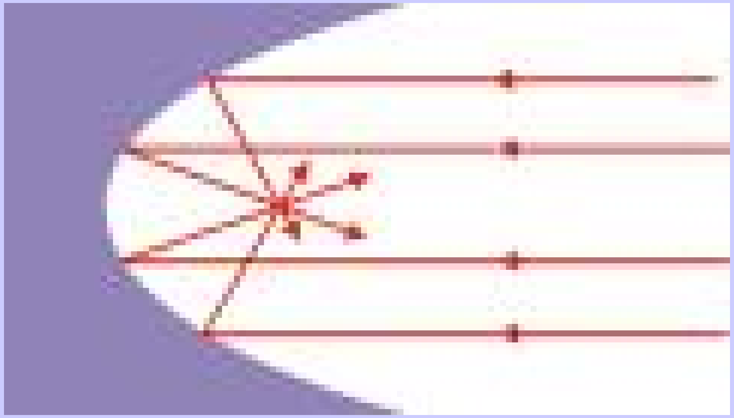
Los planetas describen órbitas ***elípticas*** *en uno de cuyos focos está el Sol.*

Galileo, coetaneo de Kepler, tambien astronomia y cinemática: trayectoria de un cuerpo disparado es una **parábola.**

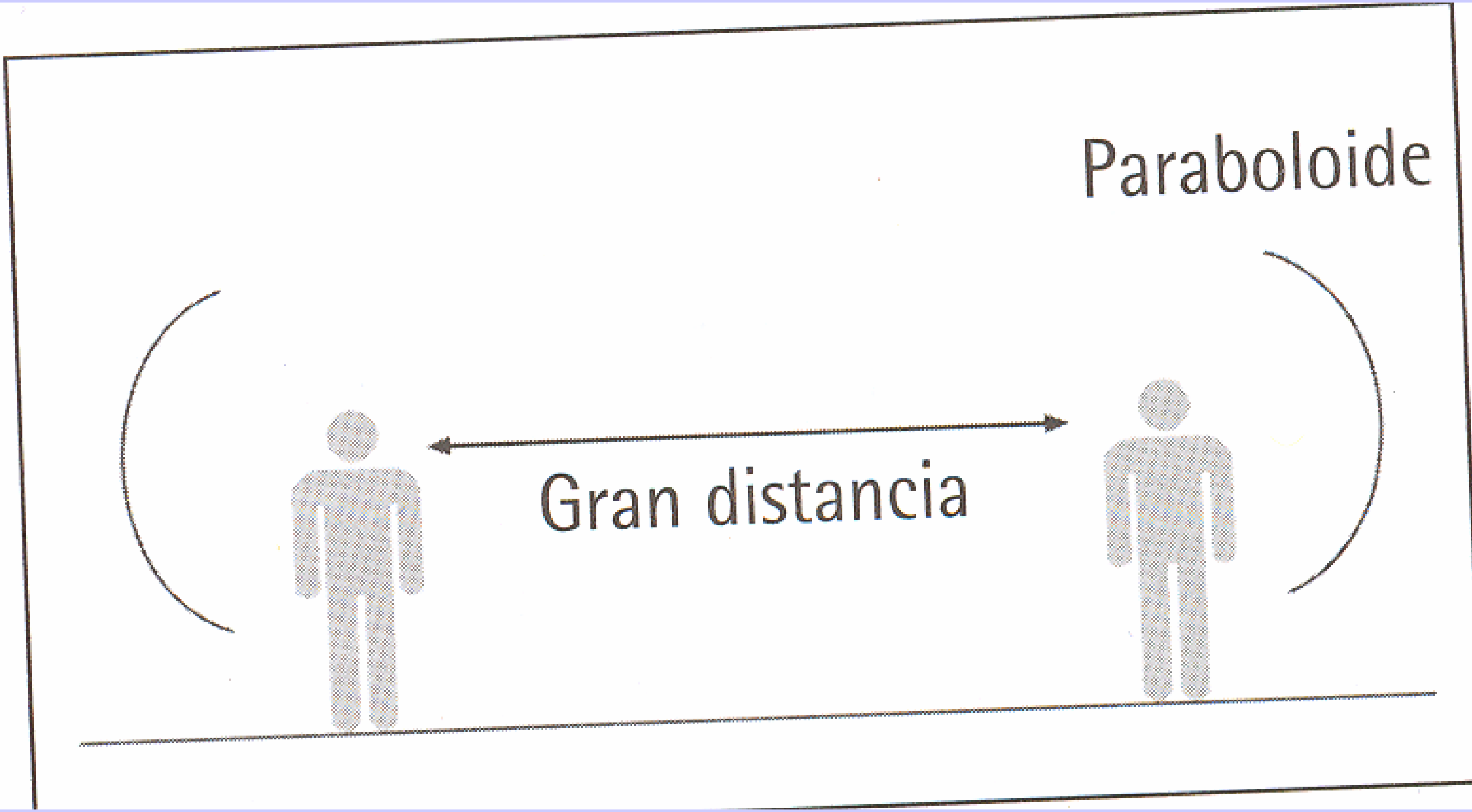




Parábola: Puntos que equidistan de un foco y una recta directriz

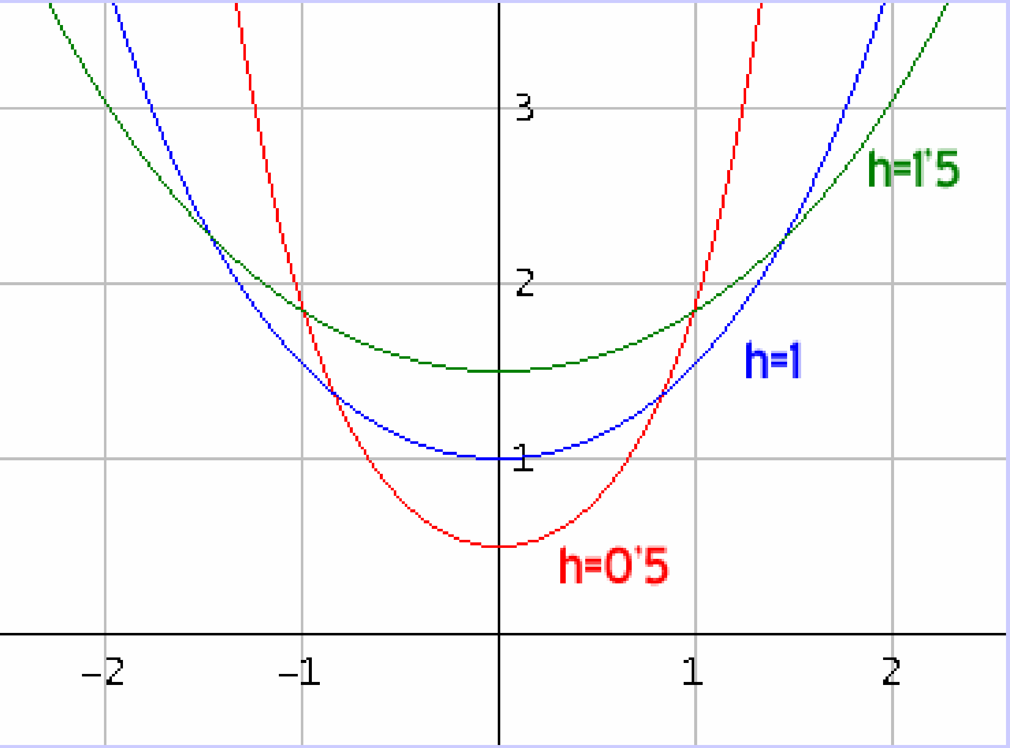


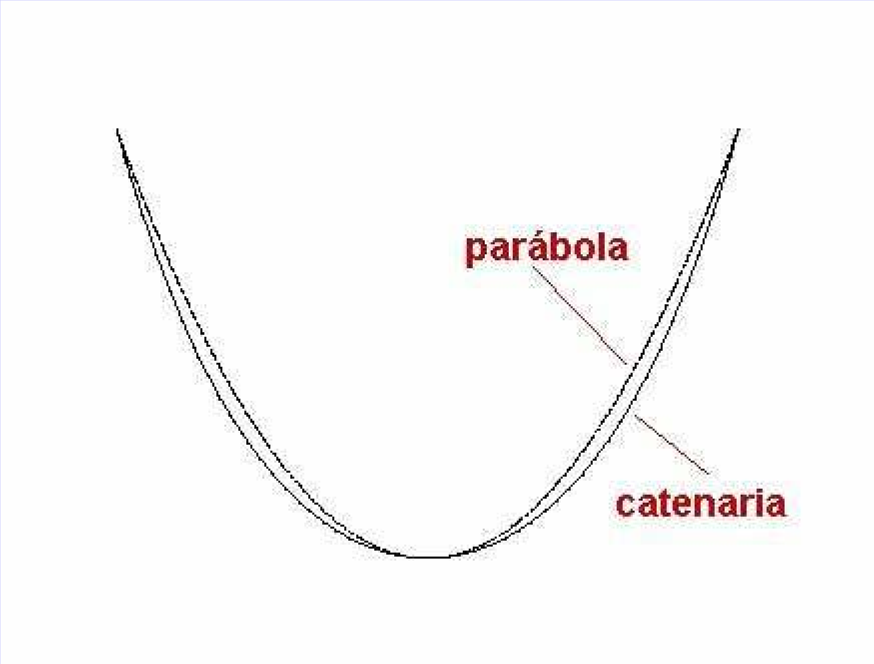
Propiedad de reflexión de una pará-bola y un paraboloide de revolución.


Paraboloide
Gran distancia

Catenaria: curva descrita por una cadena sujeta por sus extremos a causa de su peso.

Galileo pensó era parábola. Huygens demostró que no, pero de momento le dio el nombre sin decir que era.



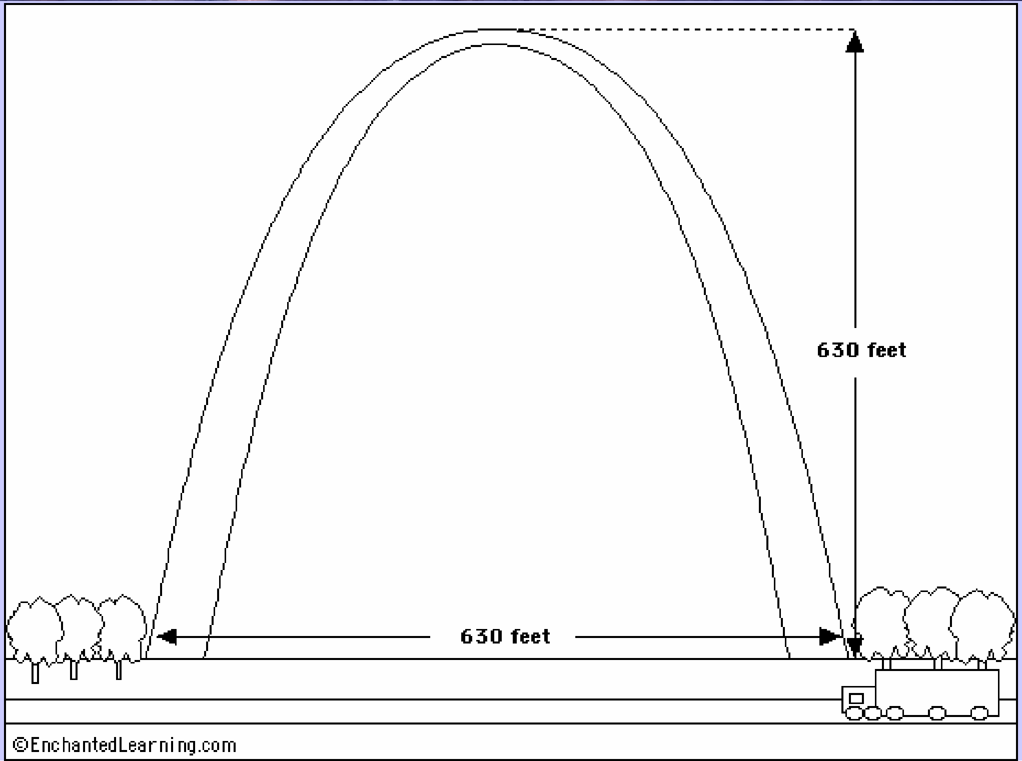


En 1690 Jakob Bernoulli lanza el reto. Encuentran solucion Johan Bernoulli, Huygens y Leibniz.

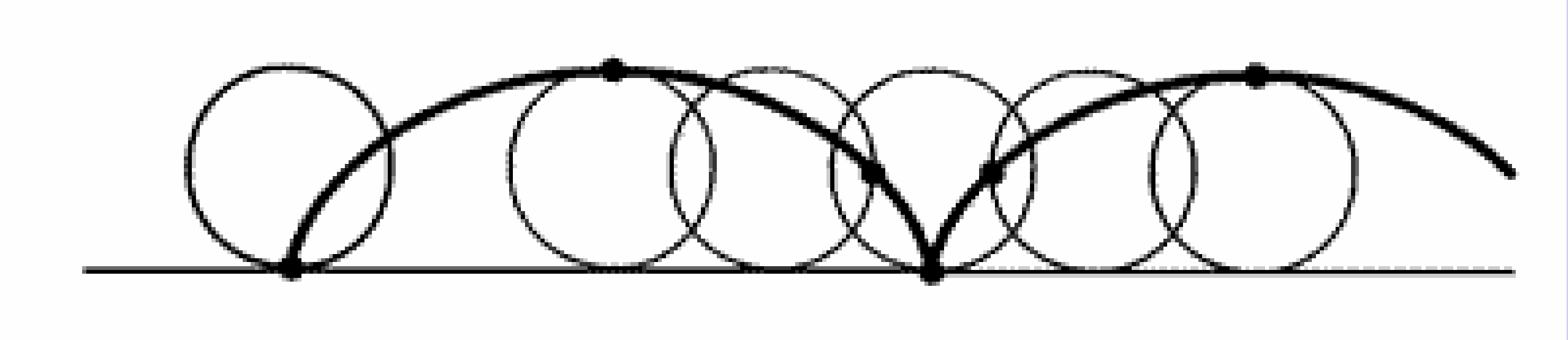
La curva catenaria aparece en el tendido eléctrico, en los nervios de muchos puentes, las guirnaldas de las ferias. Un arco con forma de catenaria invertida minimiza los esfuerzos de compresión soportados. Gaudí la usó como arco de sustentación en la Casa Güell, la Casa Batlló, la Pedrera, o las columnas de la Sagrada Familia.

Hoy mediante la funcion coseno hiperbolico o la exponencial puede calcularse con cualquier calculadora de bolsillo.

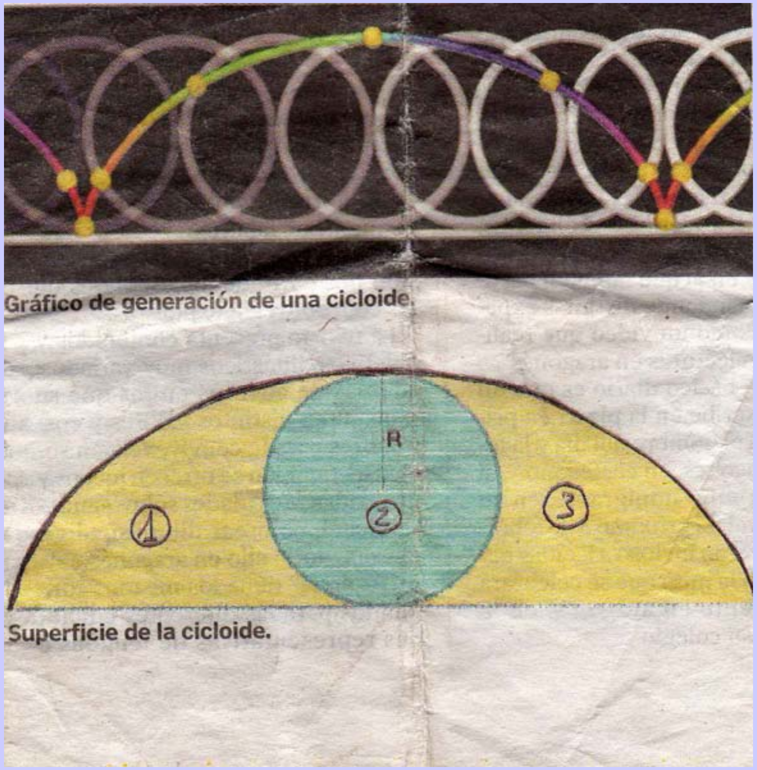
Catenaria en la Pedrera de Barcelona


630 feet
630 feet
©EnchantedLearning.com


Un cable sujeto por extremos y peso despreciable frente a unas cargas uniformemente distribuidas forma una parábola. En la práctica (puente colgante) es un intermedio. Golden Gate



Cicloide

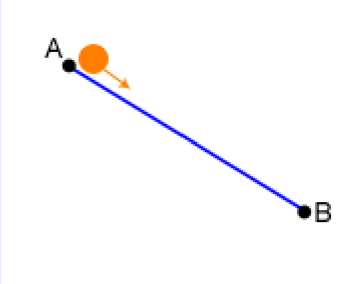


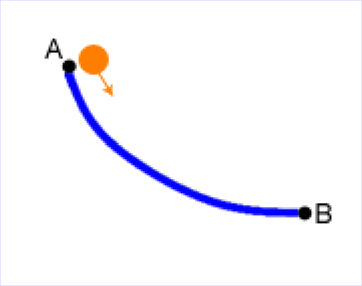
Longitud: 8r

Y área 3 veces mayor que la de la rueda: $3\pi r^2$

Galileo la estudio detenidamente durante años e intuyó que el area es aproximadamente 3 veces la del circulo pero creía que no era exactamente 3.

BRAQUISTÓCRONA





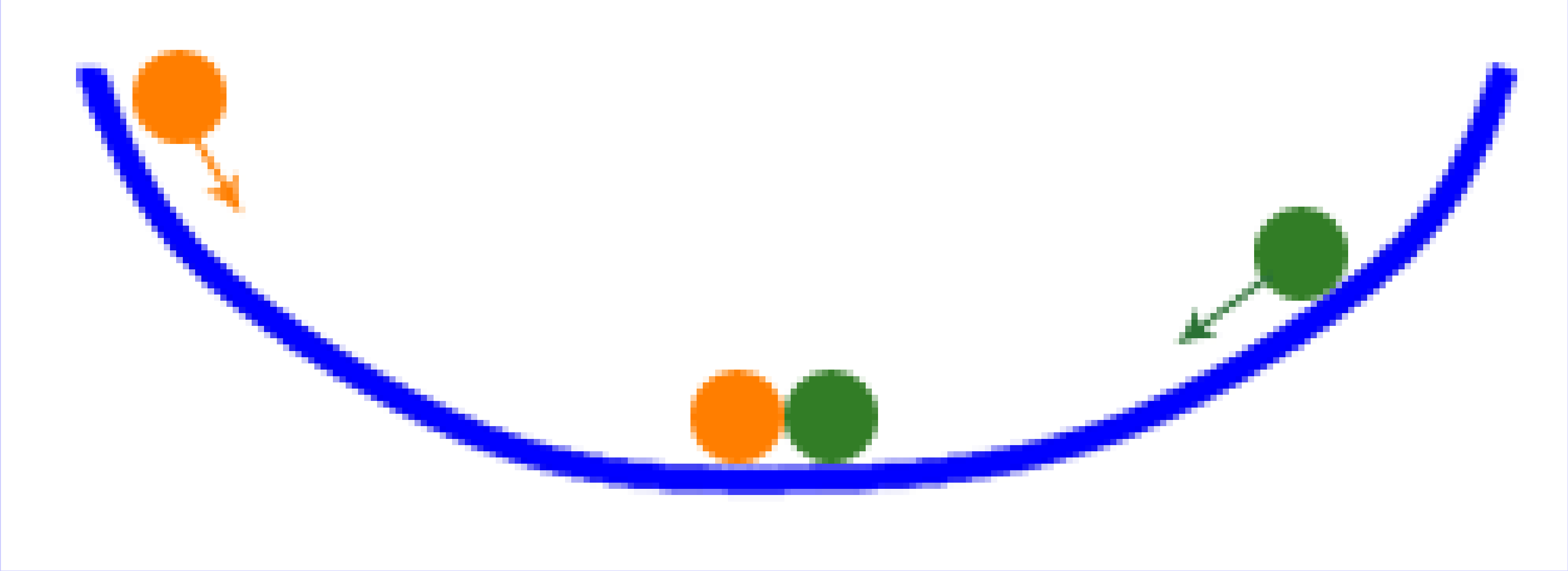
Curva entre dos puntos que es recorrida en menor tiempo posible.

Johann Bernoulli lo propuso en 1696 añadiendo que era una curva conocida. Lo resolvieron su hermano mayor Jakob, Leibniz, LHopital y Newton. Disputas entre los Bernoulli y con Newton. Proponian retos. Recordad catenaria.

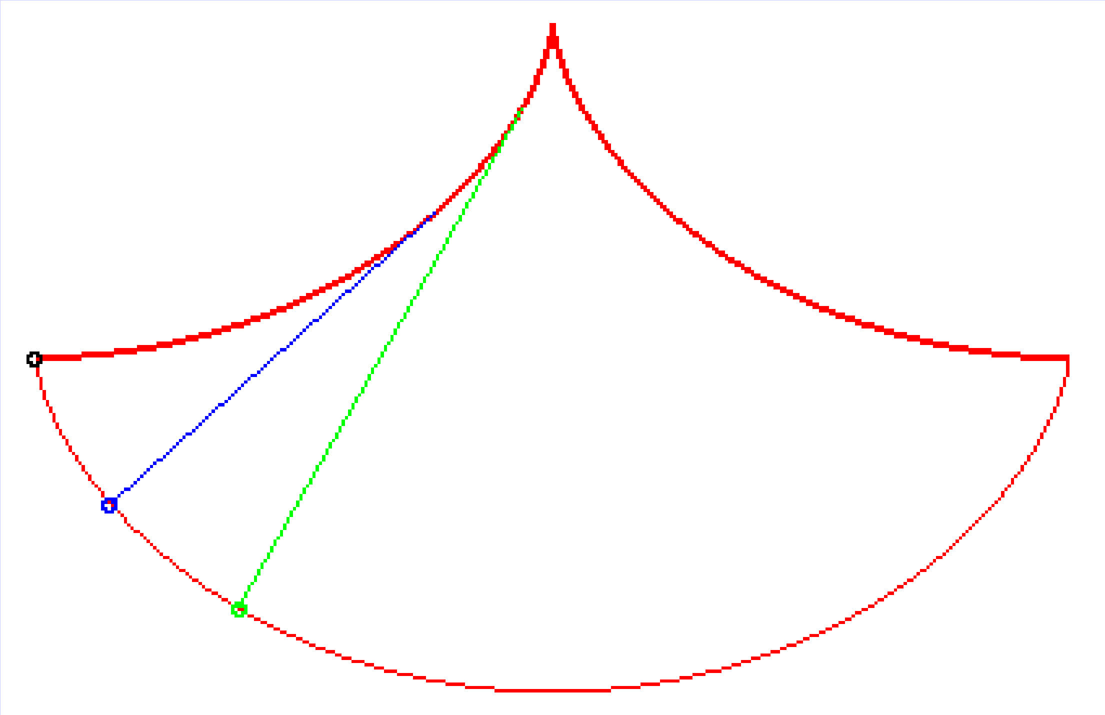
Era la **cicloide.**


MUSEO
DIDACTICO
DE FISICA

La cicloide también es la curva **tautócrona**: tiene la propiedad de que si un punto se desplaza a lo largo esta curva invertida en caída libre, llegará al punto mínimo de la Cicloide en un tiempo que no depende del origen desde donde comenzó a caer.



Descubierto por C. Huygens, matemático, físico y astrónomo, en 1673, estudiando el péndulo para la determinación de la longitud en los barcos.



Péndulo isócrono, con la oscilación limitada por dos cicloides.

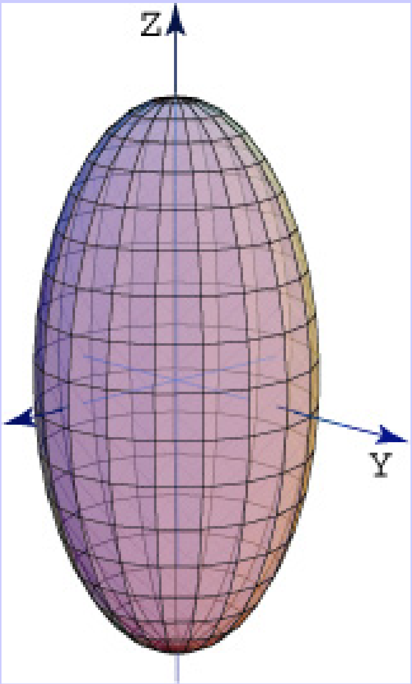
Braquistócrona y tautócrona. Hacer click a continuación:


corbis.com

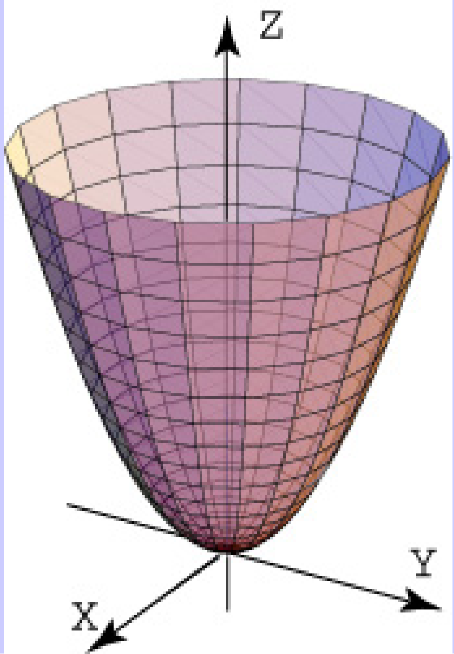
Superficies con historia

Superficies cuádricas:

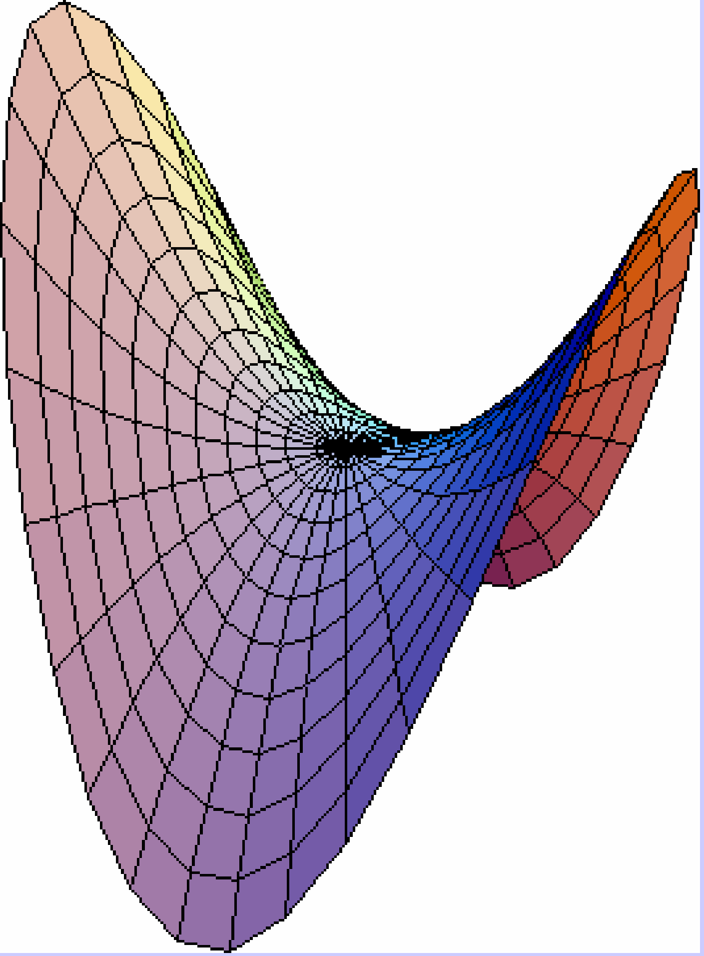
Elipsoide

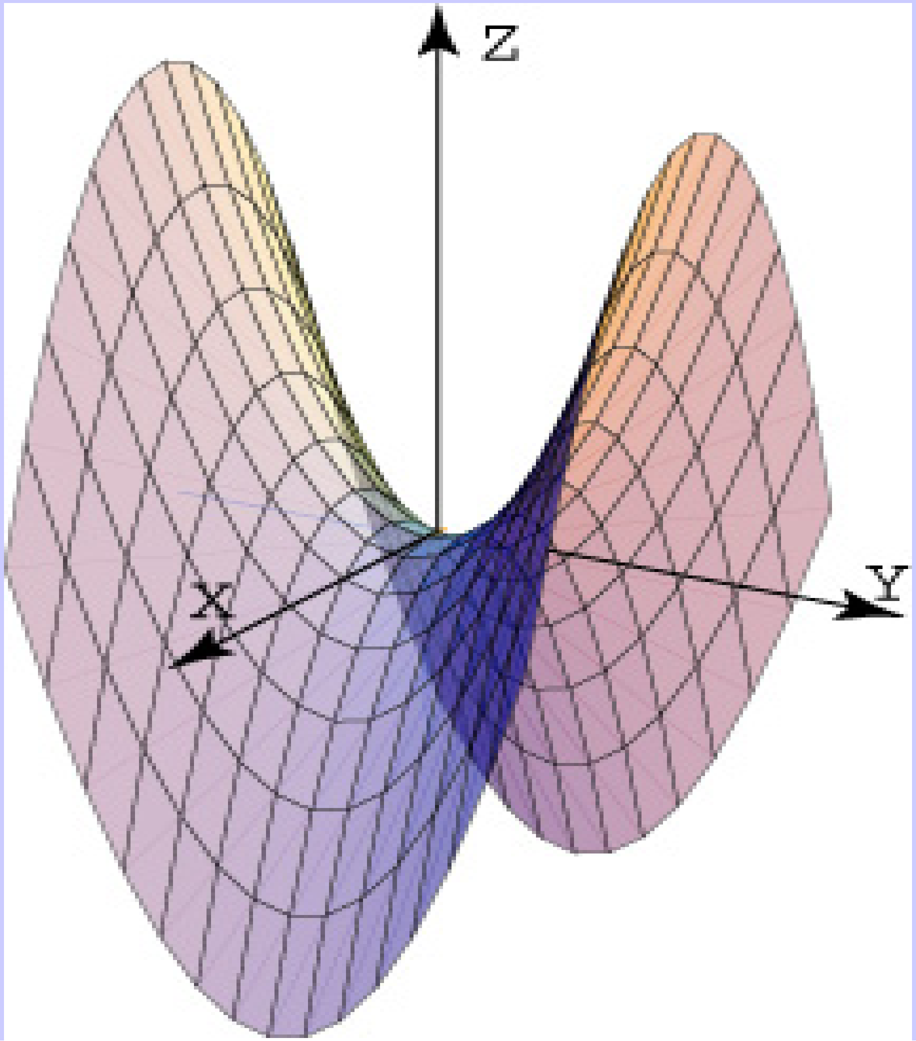


Paraboloide elíptico, caso particular circular o de revolución (antenas parabólicas)

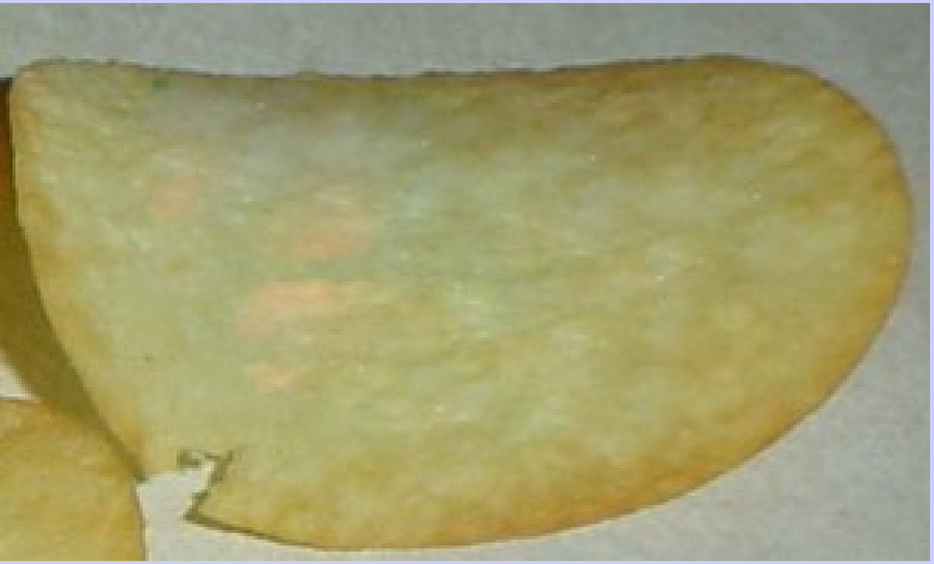


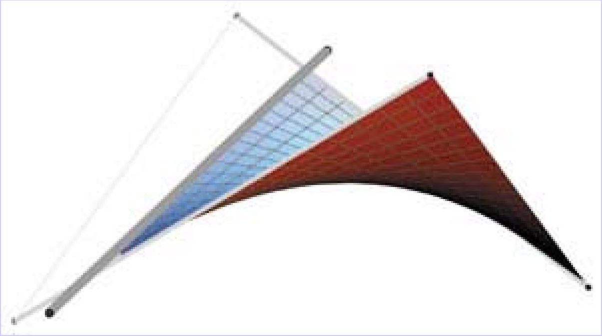
Paraboloide hiperbólico

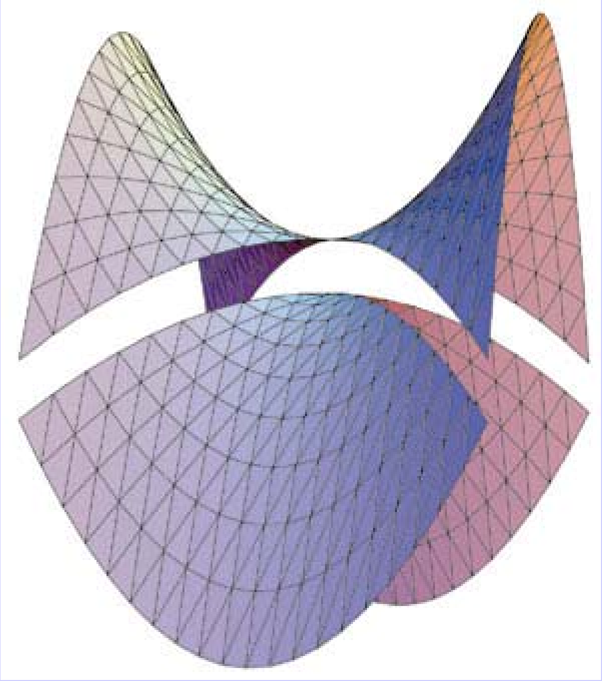




La forma de paraboloide hiperbólico minimiza la deformación de la patata cuando, debido a los cambios de temperatura en la sartén, sufre esfuerzos de presión-tension . Esta estructura bidimensional es óptima para resistir los esfuerzos de presión-tensión, por lo que de forma barata pueden obtenerse techados con gran resistencia de carga...



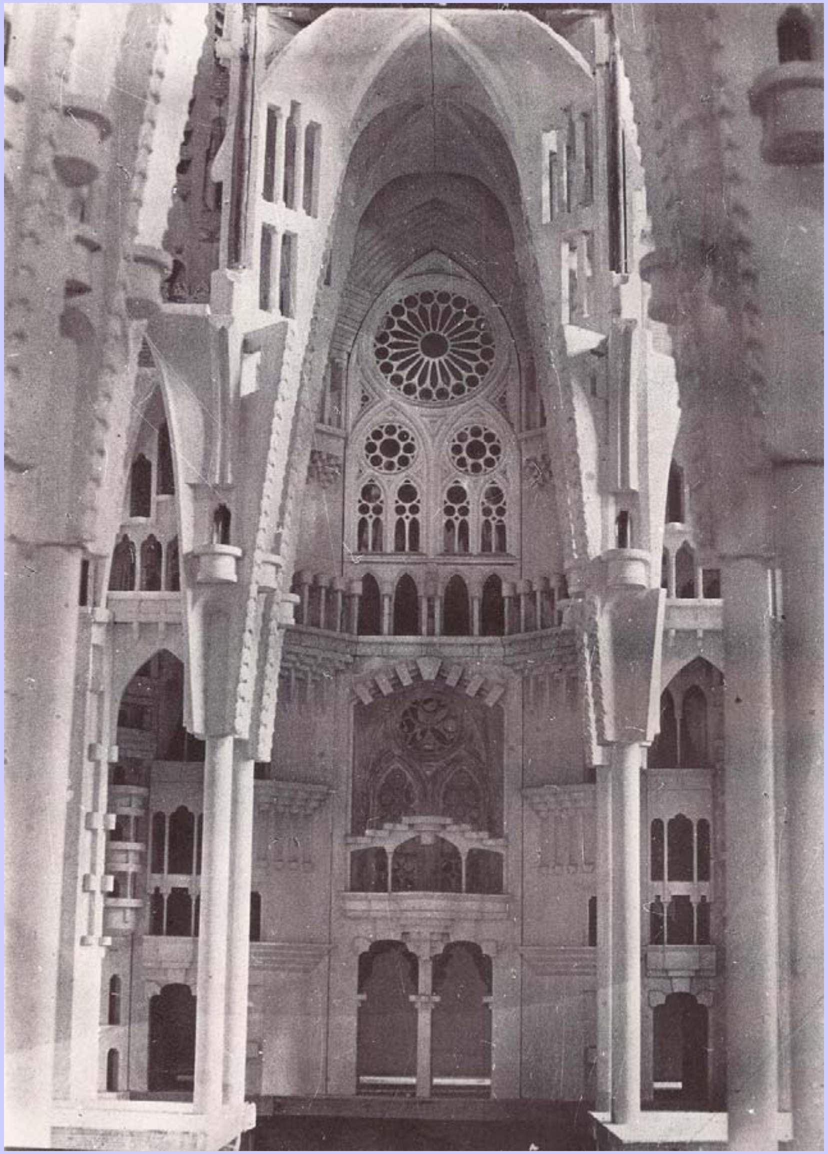


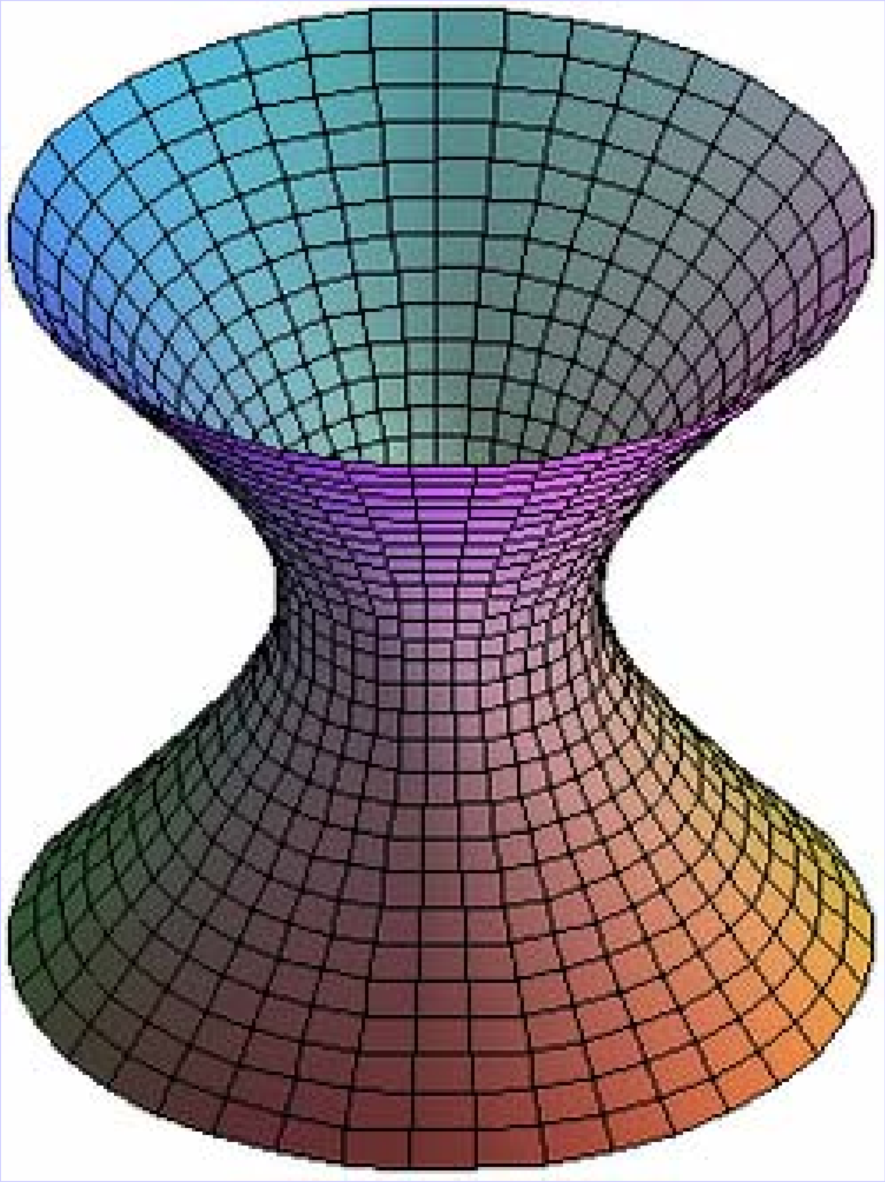


Felix Candela origen español, exiliado Mexico y nac USA Restaurante Los Manantiales en Xochimilco

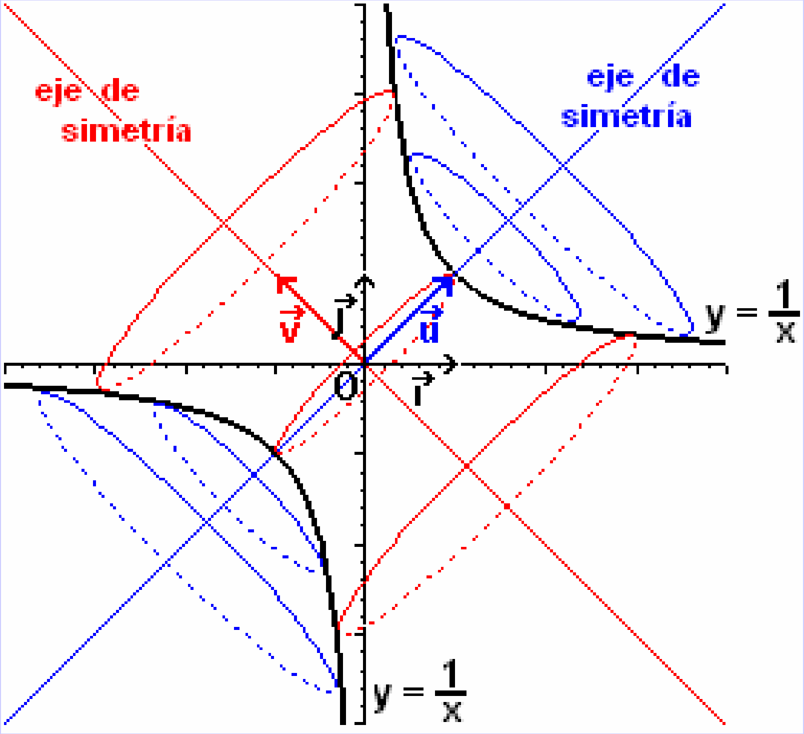
Candela 1910-1997, Oceanografic Valencia

Gaudí también la usó mucho por ejemplo en la Sagrada Familia. Fachadas, cubiertas de naves y dos capillas formadas por 12 paraboloides hiperbolicos formando gajos.





Hiperboloide

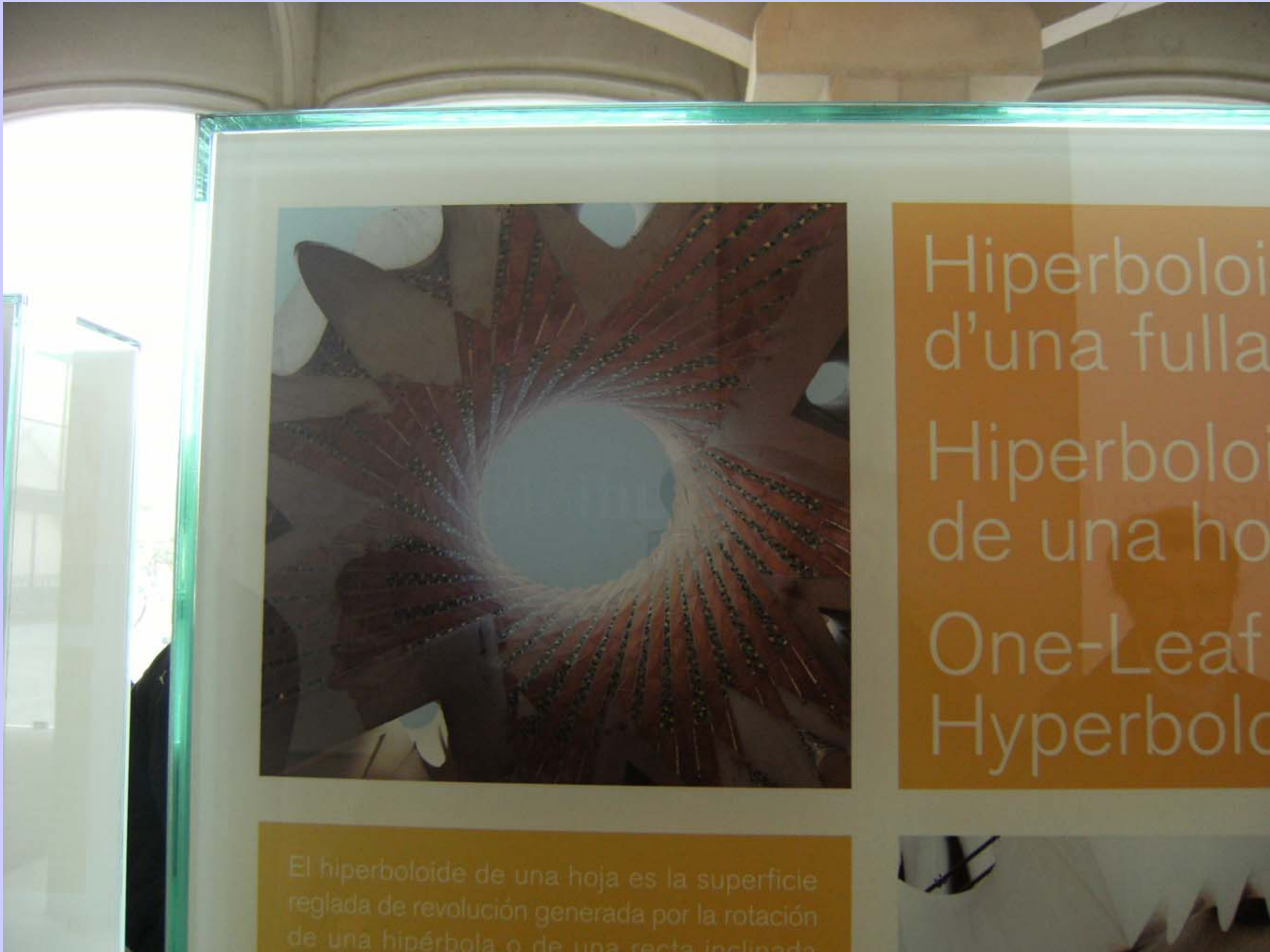


Por razones estructurales, la forma hiperboloide permite construir estas estructuras tan grandes (a veces de 50 m de diámetro y casi 200m de altura), con menos material y soportar el viento sin tener muros tan gruesos o tan reforzados. Lo consiguen convirtiendo parte de la carga vertical del peso de la torre en una compresión a lo ancho de la misma, que contribuye a la rigidez de la estructura. Hay centrales otras formas.

Torre TV Canton, China, 450 m mas 150 de antena

Catedral Brasilia

Gaudí usó el hiperboloide en ventanales y óculos de la Sagrada Familia. Ver la Geometria del templo en http://www.sagradafamilia.cat/sf-cast/docs_instit/arquitectura_d.php

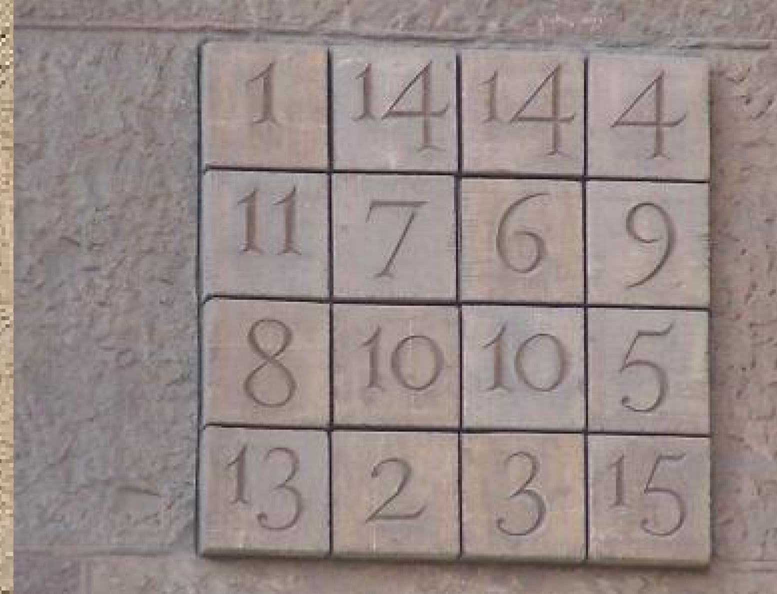

Hiperboloi
d'una fulla
Hiperboloi
de una ho
One-Leaf
Hyperbolo
El hiperboloide de una hoja es la superficie
reglada de revolución generada por la rotación
de una hipérbola o de una recta inclinada

También usó elipsoides en bastantes columnas


Voltes hiperbòliques - Vueltas hiperbólicas - Hiperbolic vaults
SAGRADA FAMÍLIA
Ubicació de les cantories
Ubicación de las cantorías

Fachada de la Pasión

(Escultor Subirachs)



Fachada de la Pasion, en el beso de Judas, un cuadrado mágico. Constante magica 33 (edad de Cristo? nº de grados masónicos?. Un guiño matemático.

Fachada de la Natividad, Gaudí.

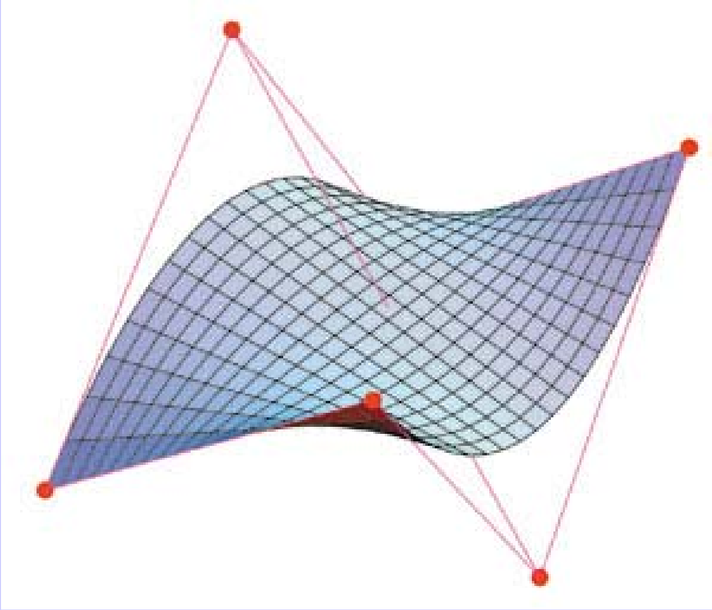
Las cuádricas, superficies fijadas salvo por unos parámetros.

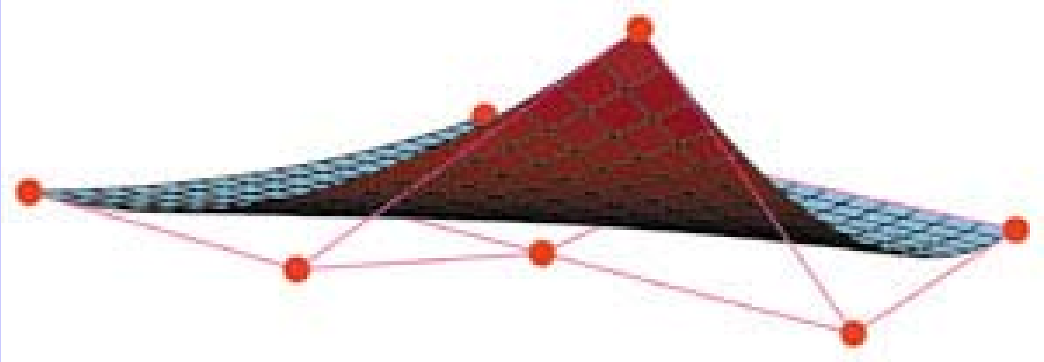
Se puede pensar en superficies mínimas: De entre todas las que tienen la misma frontera, las que tienen área mínima.

La cubierta de las gradas del estadio olímpico de Munich y la de la piscina son ejemplos de superficies mínimas.

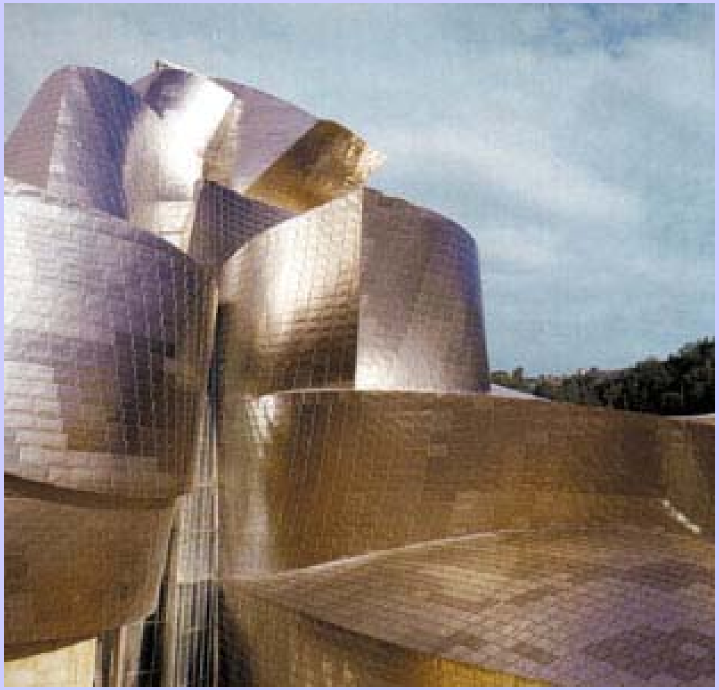
El arquitecto alemán Frei P. Otto, levantó con apoyos y cables, una estructura muy ligera donde las tensiones interiores se anulaban, permitiendo a la vez una economía de material y una forma atrevida.
Dan más libertad que los paraboloides hiperbólicos, pero continúan teniendo restricciones: dada la frontera queda fijada.

Diseño geometrico asistido por ordenador. Citroen-Paul De Casteljau (matem) en los 50. Pierre Bezier (ingen) en Renault, algo mas tarde pero mas libertad pàra publicar. Curvas y superficies de Bezier. Construccion sencilla a partir de una red de puntos de control.   Splines.



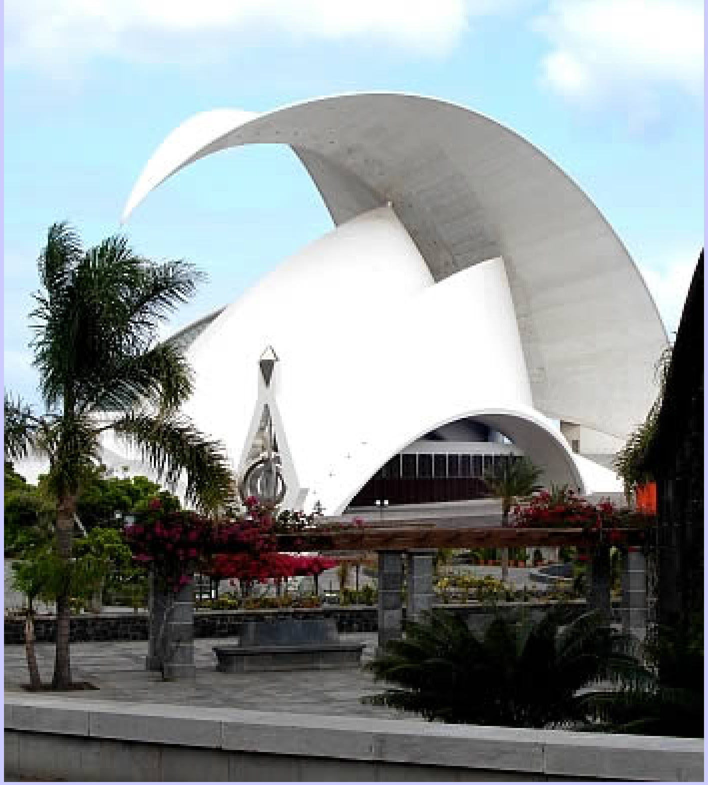


Superficies Bezier en Rtes. Las Alquerias, y playa Malvarrosa Valencia



Museo Guggenheim (1997) del arquitecto canadiense Frank O. Gehry .

Santiago Calatrava, Valencia



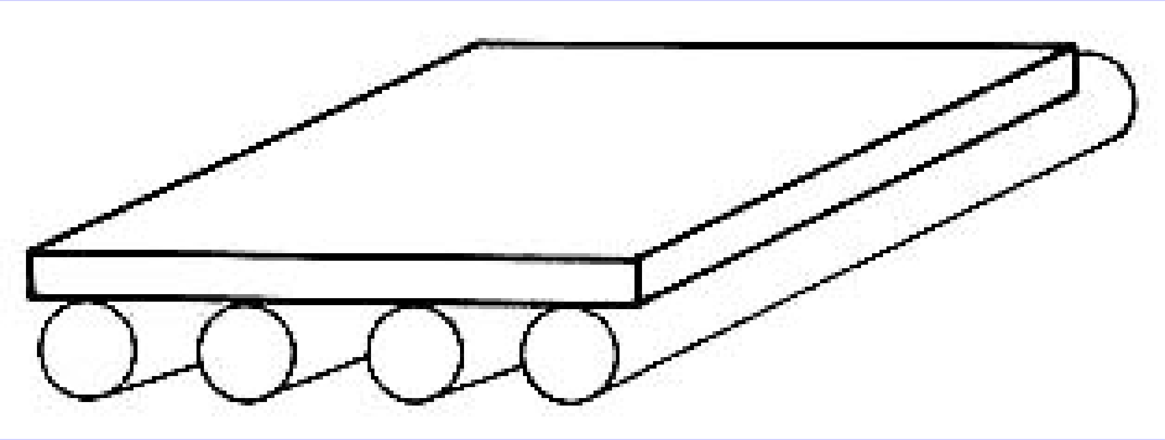
Auditorio de Tenerife

Ciudad de las Artes y Ciencias, Valencia, el Umbracle

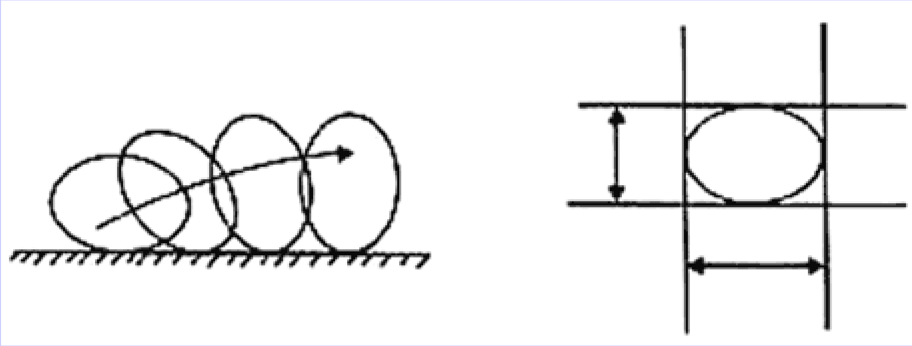
Museo de la Ciencia Principe Felipe. Críticas.

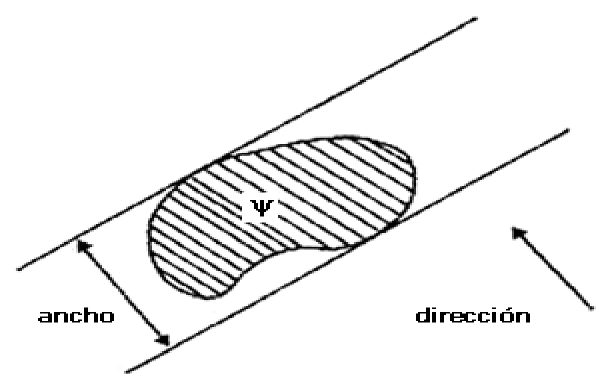
Curvas de anchura constante

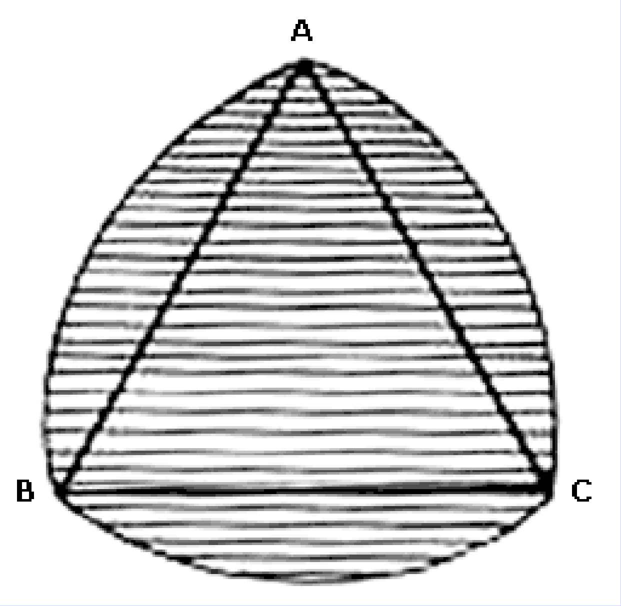
- El círculo como rueda (ptos equidistantes del centro)
- El círculo como rodillo (anchura constante)



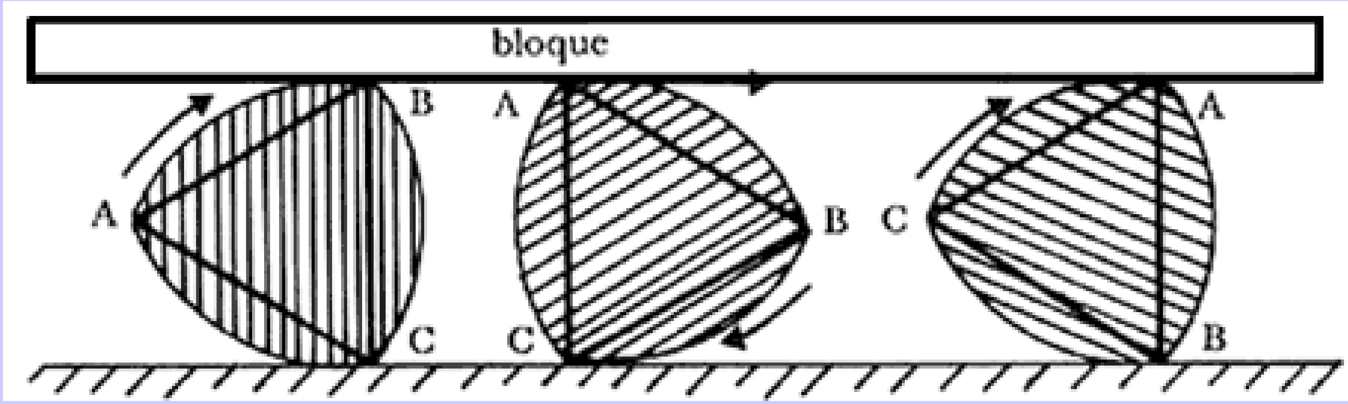
¿Hay otras curvas de anchura constante?

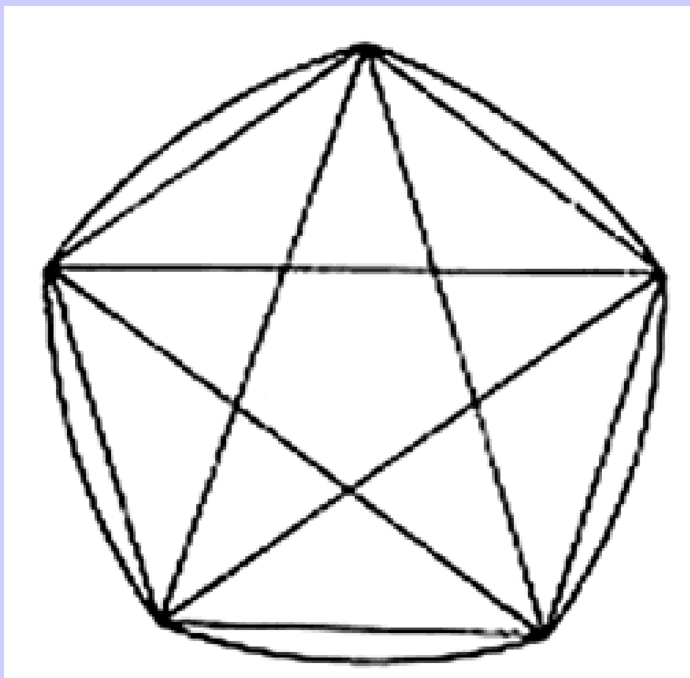




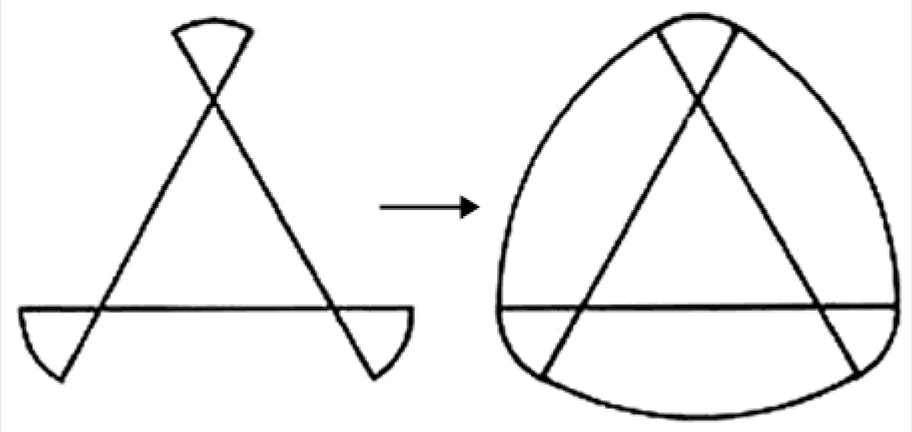


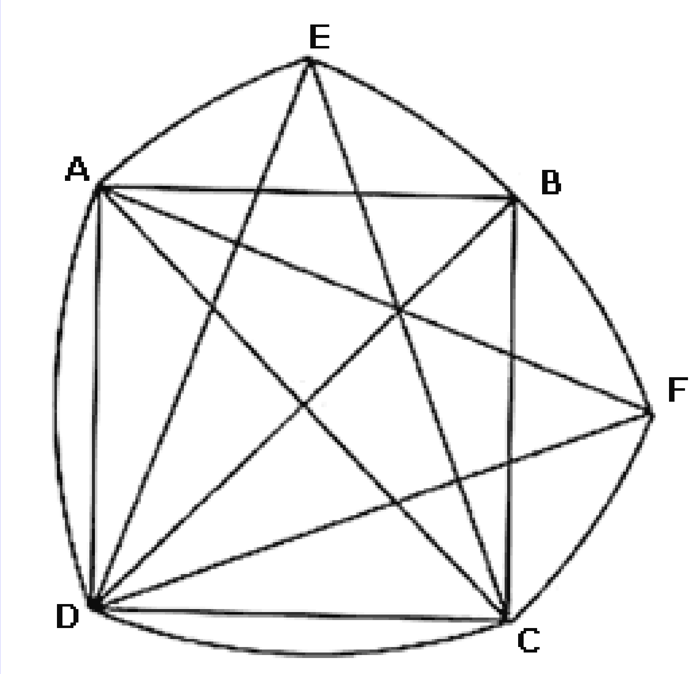
T. de Reulaux



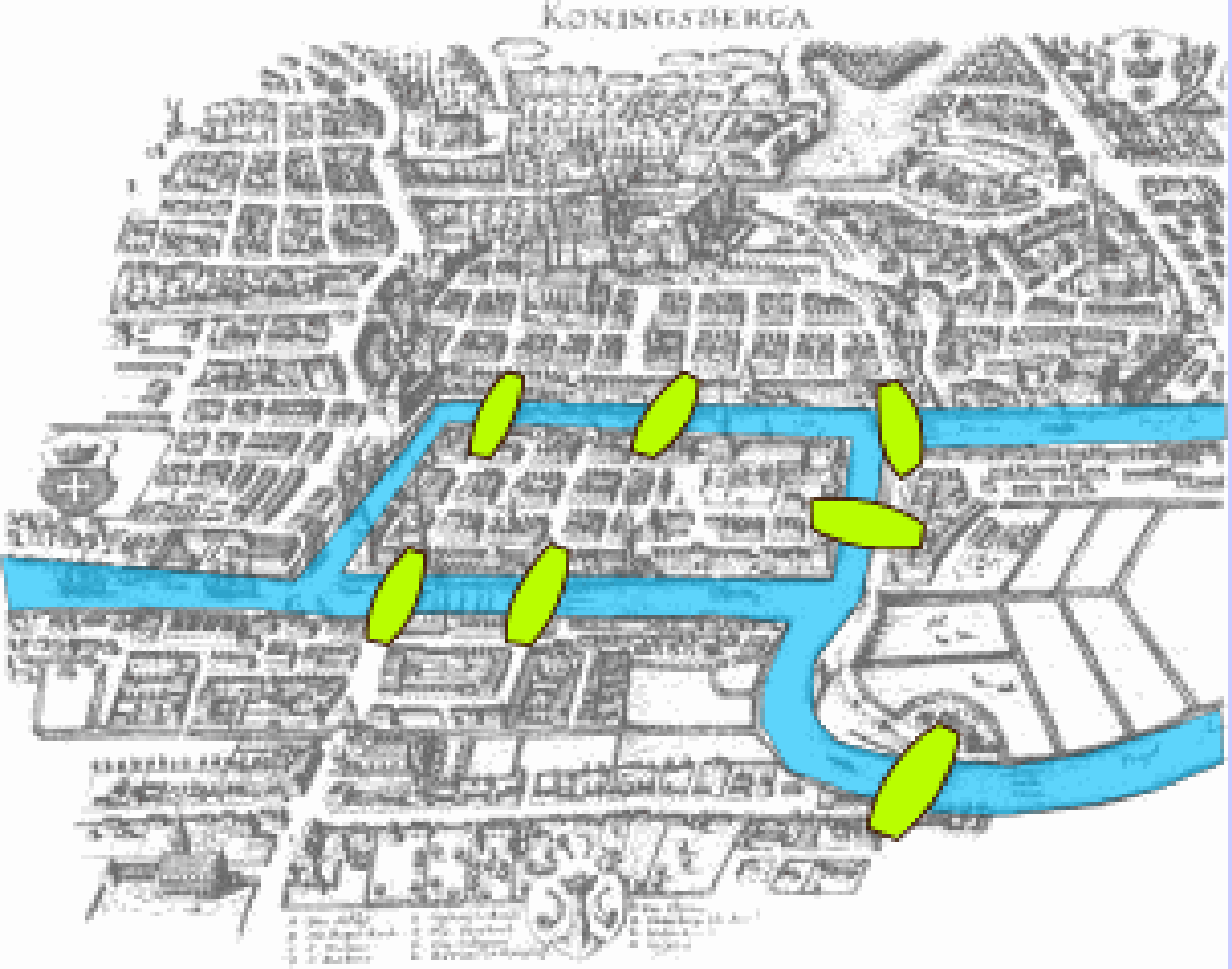


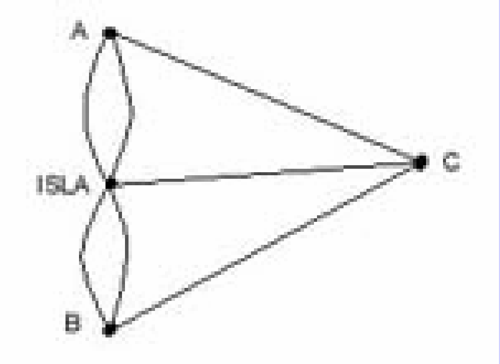
Polig. Regular
con nº impar
de lados



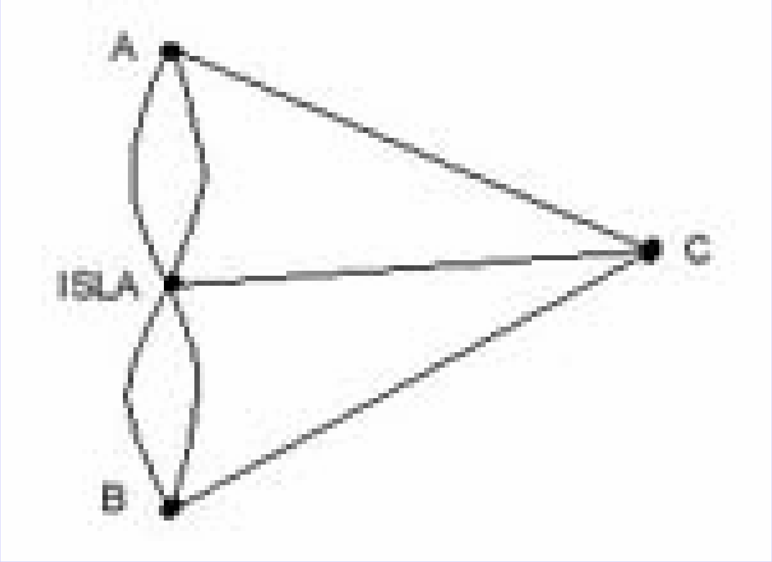

E
A
B
F
D
C

Grafos



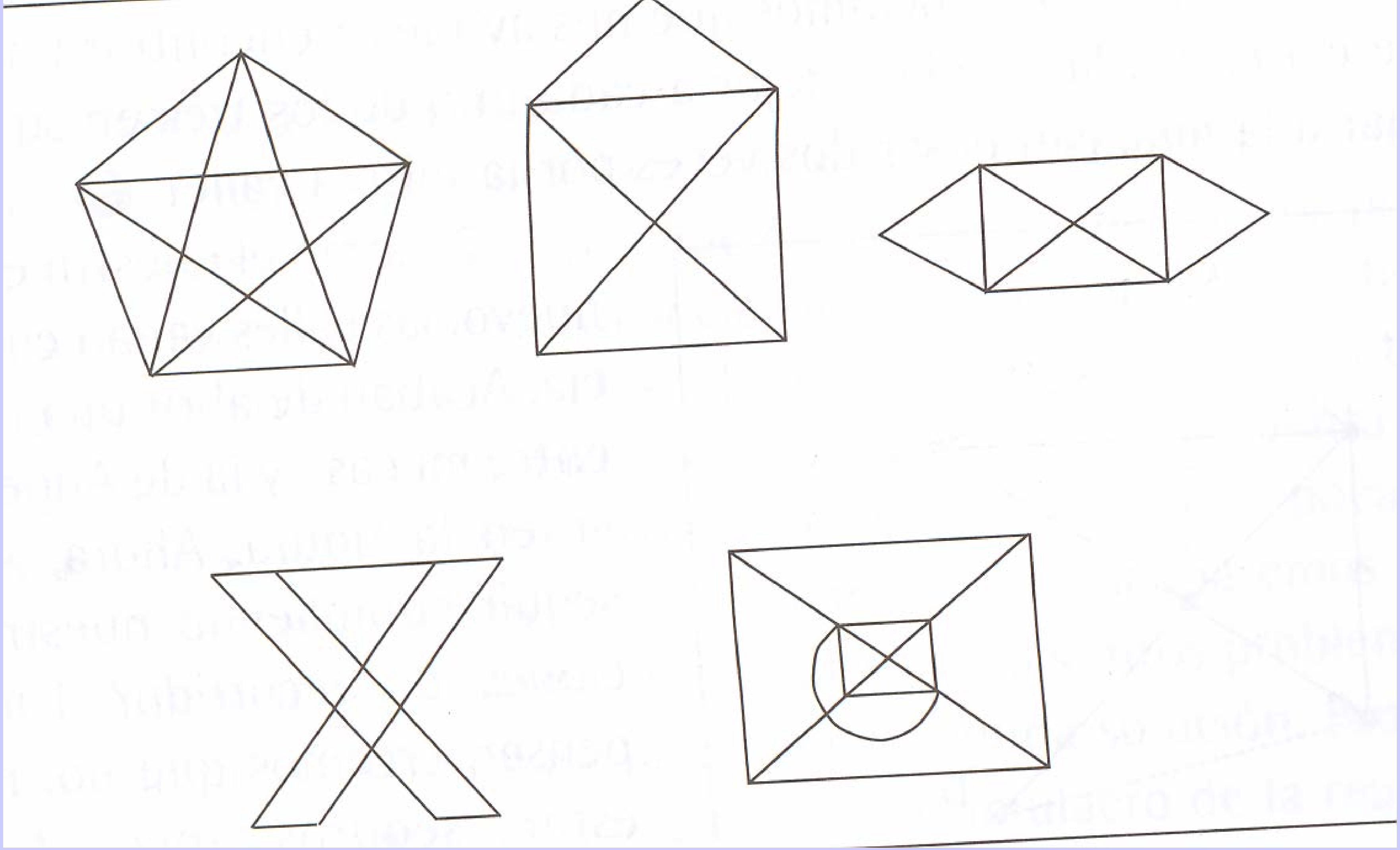


Aplicaciones: recorridos, etc



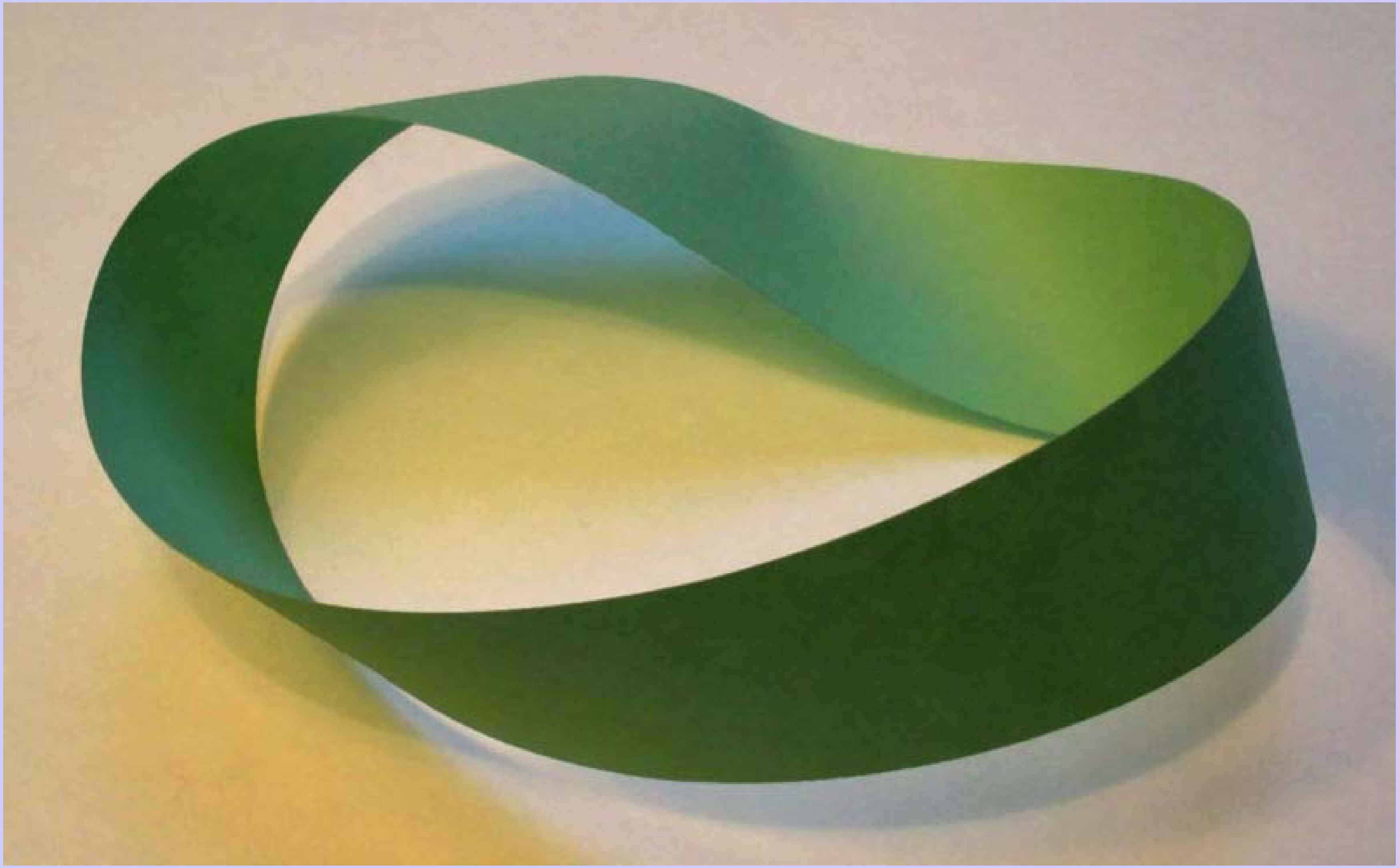
Valencia de cada vértice: número de aristas que salen de él. Un grafo cuyos vértices sean todos pares permite salir de uno cualquiera y volver a él después de recorrer todas las aristas. Recíprocamente. (Euler)

Un grafo que tenga todos los vértices pares menos dos A y B permite salir de A y recorriendo todas las aristas terminar en B. O al revés. En los demás no se puede hacer el recorrido sin pasar dos veces por la misma arista. En Königsberg no se podía ni una cosa ni otra.



Primera, tercera y cuarta: todos los vértices pares. Segunda, todos pares menos los dos de abajo. La quinta tiene varios vértices impares.

Cinta de Möbius



Hacer click

FIN